Matemática A
Exame 2016 Época Especial

Extraído de:


REPÚBLICA PORTUGUESA
IAVE
EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO
Prova Escrita de Matemática A
12.º Ano de Escolaridade
Prova 635/Época Especial
2016

Introdução ao cálculo diferencial II

Funções exponenciais e logarítmicas/ Cálculo diferencial

Grupo II

(...)

4. Seja f a função, de domínio $\left]-\frac{3\pi}{2}, +\infty\right[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x^2+\cos x & \text{se } -\frac{3\pi}{2}<x<0\\ \ln\left(e^x+x\right) & \text{se } x\geq 0\end{cases}$$

(...)

4.3. Na Figura 3, estão representados:

- parte do gráfico da função f
- um ponto A, pertencente ao gráfico de f, de abcissa a
- a reta t, tangente ao gráfico da função f no ponto A

Sabe-se que:

- $a \in \left]0,1\right[$
- a reta t tem declive igual a $1,1$

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa do ponto A

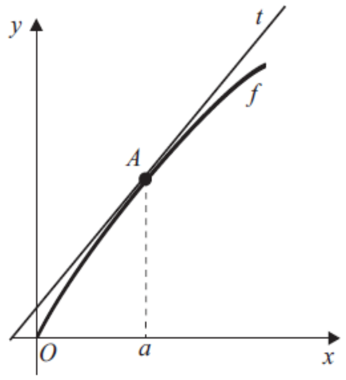


Figura 3

Na sua resposta:

– equacione o problema;

– reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora, que lhe permite(m) resolver a equação;

– apresente a abcissa do ponto A arredondada às centésimas.

Este trabalho é licenciado sob a Licença Internacional Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0.
Para ver uma cópia desta licença, visite http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/

Texas Instruments

Proposta de resolução

Como o declive da reta tangente ao gráfico de uma função num ponto é igual ao valor numérico da derivada no ponto, ou seja, $f'(a) = 1{,}1$, determinamos a expressão da derivada relativa ao intervalo]0,1[:

$$f'(x) = (\ln(e^x + x))' = \frac{(e^x+x)'}{e^x+x} = \frac{(e^x)'+(x)'}{e^x+x} = \frac{e^x+1}{e^x+x}.$$

Assim, como o declive da reta tangente é 1,1, o valor de a será a solução da equação:

$$f'(a) = 1{,}1 \Leftrightarrow \frac{e^x+1}{e^x+x} = 1{,}1$$

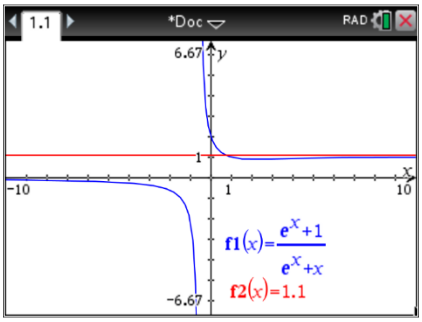
Como a abcissa do ponto a pertence ao intervalo]0,1[, representando na calculadora gráfica o gráfico da função $f'(x)$ e a reta y=1,1, numa janela coerente com o intervalo]0,1[, poderemos obter esse ponto.

Para a resolução deste tópico utilizámos a unidade portátil TI-Nspire CX. No entanto o procedimento é semelhante para qualquer unidade portátil TI-Nspire (Clickpad, Touchpad ou CX).

No menu inicial do TI-Nspire, acessível através da tecla on, abre um novo documento (tecla 1) ou adiciona uma nova página com a aplicação Gráficos (segundo ícone).

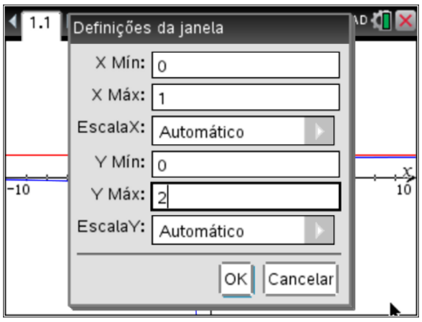
Este trabalho é licenciado sob a Licença Internacional Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0.
Para ver uma cópia desta licença, visite http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/

Na linha de entrada, *f1(x)*= introduz $\frac{e^x+1}{e^x+x}$ e prime a tecla enter.



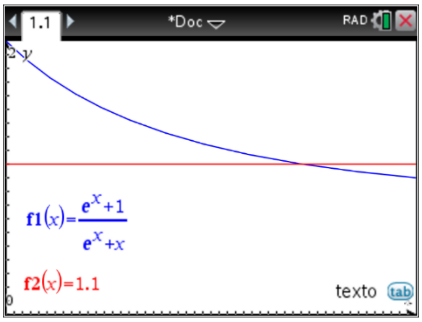
Clica de seguida na tecla tab e na linha de entrada *f2(x)*= introduz 1,1, voltando a premir a tecla enter.

Uma vez que a janela de visualização não é a adequada para visualizar o ponto de interseção dos dois gráficos, vamos ter de ajustar a janela clicando em menu, **4:**Janela, **1:** Definições da janela.



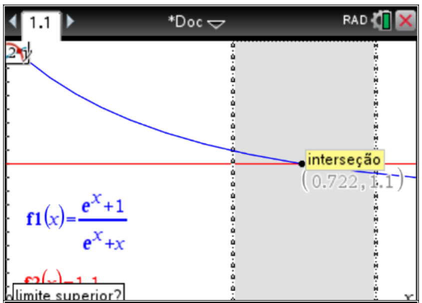
Em **X Min** coloca 0, em **X Máx**:1, em **Y Min**:0 e em **Y Máx**:2, finalizando com enter .

Na janela verás a interseção das duas curvas das quais se pretende determinar a interseção.



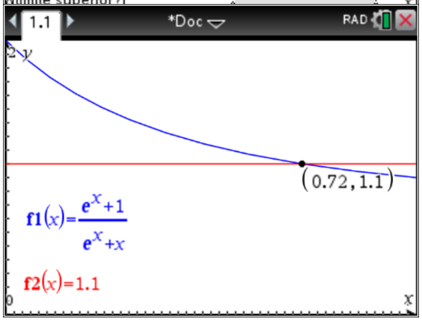
Para determinares o ponto de interseção tens de premir menu, **6:**Analisar gráfico, **4:**Interseção.

É solicitado o limite inferior (que fica à esquerda do ponto de interseção) que teremos de selecionar clicando em enter e posteriormente o limite superior (à direita do ponto de interseção) que selecionamos da mesma forma.



As coordenadas do ponto de interseção surgirão no ecrã, e a sua abcissa aproximada (às centésimas) será:

$$a \approx 0{,}72$$



Deverás reproduzir o referencial, os gráficos e as coordenadas do ponto de interseção na tua folha e apresentar a resposta:

A abcissa a é 0,72.

Este trabalho é licenciado sob a Licença Internacional Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0.
Para ver uma cópia desta licença, visite http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/

Texas Instruments