借助技术　转变方式　启发潜质

——TI-Nspire CAS 手持技术下《不同函数模型的增长差异》的探究活动课

彭 青　　　　黄 云

广东省深圳市第二实验学校(深圳市黄云名师工作室)　　518021

高中数学教学的理想是以每位学生的先天禀赋为基础，充分运用一切有利的外部条件，让学生积极、主动地将高中数学的文明成果，在平等、民主、和谐、愉悦、高效的氛围下，逐步内化到他们相对稳定的个性结构中来.笔者借助 TI-Nspire CX CAS 无线导航系统，设计了一堂数学探究活动课，让学生利用 TI-Nspire CAS 来探究《不同函数模型的增长差异》，借助手持技术，同学们亲历了数学探究过程，转变了学习方式，启发了数学思维潜质.

1.活动设计

全班 42 名同学人手一台 TI-Nspire CAS 图形计算器，利用 TI-Nspire CX CAS 无线导航系统登录教师管理平台,教师通过管理平台评估系统能清楚知晓每位同学的学习进展.同学们亲历 6 个递进式问题的探究，感悟和体验了不同函数模型的增长差异，进而自主地归纳和总结出一般的结论.

2.探究过程

2. 1 检验神话，品味情趣

问题 1：国王一共需要给达依尔多少粒小麦？

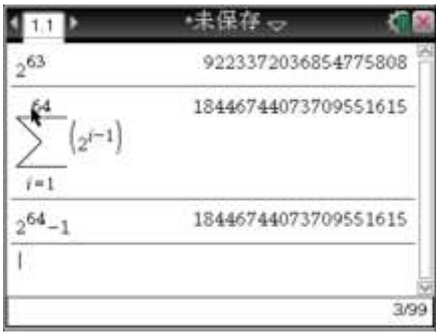
教师：传说印度国王舍尔罕第一次玩国际象棋就被深深吸引了.为此，他要对发明人达依尔进行奖赏，他对达依尔说：“你可以得到你想要的任何东西”. 达依尔对国王说：“我不要金银财宝，只要陛下按如下方式赏给我一些小麦.取一个棋子在棋盘上依次移动，当棋子在第 1 格时，陛下给我 1 粒小麦；当棋子在第 2 格时，陛下给我 2 粒小麦；当棋子在第 3 格时，陛下给我 4 粒小麦。依此类推，第 1 格以后，陛下每一格给我的麦粒都是前一格的两倍，直至棋子移到第 64 格为止.”国王觉得这样的奖赏太小了，当即答应了达依尔的要求.（设计意图：由一个古老而有趣的故事引出课题，通过问题 1 的解决让学生初步感受指数爆炸，为后续研究指数函数的增长做铺垫.）

师生互动：

学生(众)：利用图形计算器计算后,提交答案（图 1）.

教师：通过评估系统收集到四个答案，其中正确答案为 B,教师检验演示（图 2）

（图 1）



（图 2）

教师：有人曾经做过研究，把 $2^{64}-1=18446744073709551615$ 粒小麦用底面是长为 8m，宽为 5m 的长方体的仓库来储藏，那么长方体的高度将是地球到月球的距离的两倍.同学们想一想，国王能满足达依尔的这一要求吗？

学生(众)：不可能满足.

教师：函数 $y=2^x$ ，自变量从 63 增加到 64(图 2)，其函数值从 18 位数变成 19 位数，

增长

巨大，要想把这些问题探究清楚，就要弄清楚 $y=2^x$ 这个函数的增长情况.

2.2 亲经过程，感受乐趣

问题 2：设 $f(x)=2^x$，计算 $f(20)-f(10)$， $f(60)-f(50)$， $f(160)-f(150)$ 你能利用计算结果说明什么问题呢？

（设计意图：通过“自变量的增量相同，但函数值的增量却越来越大”，使学生体会指数爆炸的含义.）

师生互动：

学生计算出结果（图 3），教师利用无线局域系统展示学生的结果（图 4）：

（图 3）

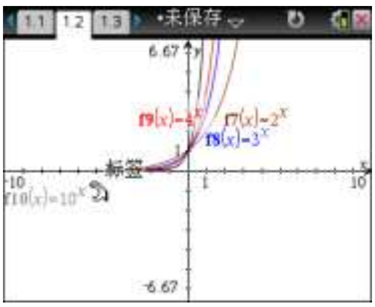
（图 4）

教师：随着自变量的增大，我们发现 $f(x)=2^x$ 的函数值增加得越来越快，快到什么程度？请找一个比较贴切的词来比喻一下？

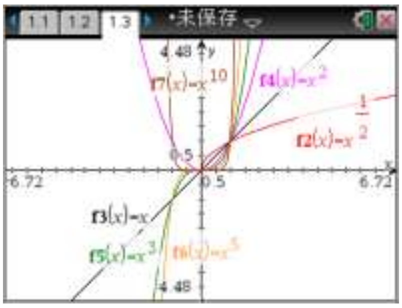
学生：“高速”增长、“迅猛”增长、“惊人”增长、“爆炸”增长.

学生自主练习：画出 $f(x)=3^x$， $f(x)=4^x$， $f(x)=5^x$， $f(x)=10^x$ 的图象.(学生提交作图，教师通过评估系统收集答案，让学生进一步体验指数函数的增长速度.)

学生 1：提交作图（图 5）



（图 5）



（图 6）

教师：从图象（图 5）中同学们能发现什么规律？

学生 2：从上面图 5 中可以看到：$a\,(a>1)$ 越大，指数函数 $y=a^x$ 增长得越快.

问题 3: 设 $g(x)=x^n(x>0,n>0)$，你能说明 n 的大小是怎样影响幂函数的增长的吗？

（设计意图：让学生体会幂函数的增长，理解不同幂函数的增长差异，明确幂函数的增长速度比指数函数慢.）

师生互动：

教师：请同学们画出下列幂函数的图象，并在观察图象中进行比较，你能获得什么结论？

（1） $y=x^{\frac{1}{2}}$；　　（2） $y=x$；　　（3） $y=x^2$；

（4） $y=x^3$；　　（5） $y=x^5$；　　（6） $y=x^{10}$

学生:3：提交所作图象（图 6）

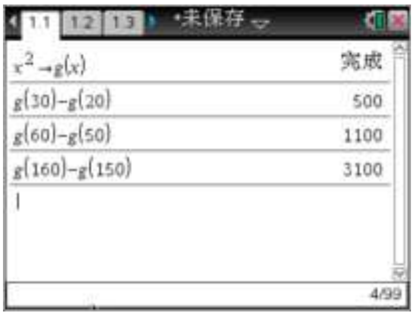
学生 4：对幂函数 $y=x^n(n>0)$，n 越大，函数在 $(0,+\infty)$ 增长得越快.

教师：能否归纳出一般结论呢？

学生 5：幂函数 $y=x^n(n>0)$ 增长的一般结论：n>1 时，$y=x^n$ 随着 x 的增大函数值增长得越来越快，0<n<1 时，$y=x^n$ 随着 x 的增大函数值增长越来越慢.

教师：设 $g(x)=x^2$，请同学们计算 $g(20)-g(10)$，$g(60)-g(50)$，$g(160)-g(150)$，体会幂函数的增长速度比指数函数的增长速度慢.

学生提交所做结论(图 7、图 8)：



（图 7）

（图 8）

问题 4：设 $h(x)=\log_b x(b>1)$，你能说明 b 的大小是怎样影响对数函数值的增长吗？

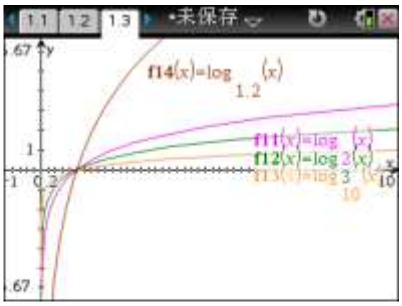
(设计意图：让学生体会对数函数的增长，理解不同对数函数的增长差异，明确对数函数的增长速度比指数函数、幂函数慢.)

师生互动：

教师： 请同学们画出下列对数函数的图象，并在观察图像中进行比较，你能获得什么结论？

（1） $y=\log_{1.2} x$；　（2） $y=\log_2 x$；

（3） $y=\log_3 x$；（4） $y=\log_{10} x$.



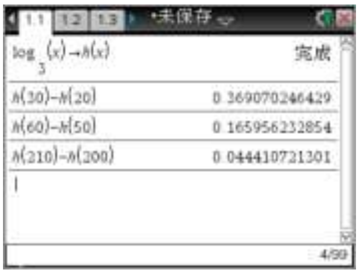
（图 9）

教师接收到学生所作图象（图 9）.

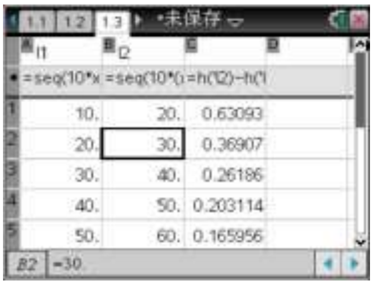
学生 6：对数函数 $h(x)=\log_b x(b>1)$，b 越大，函数值在 $(0,+\infty)$ 增长得越慢.

教师：设 $h(x)=\log_3 x$， 请计算 $h(20)-h(10)$，$h(60)-h(50)$，$h(210)-h(200)$，体会对数函数的增长速度比幂函数慢.

教师在评估系统中接收和评价学生的结论（图 10）、（图 11）：



（图 10）



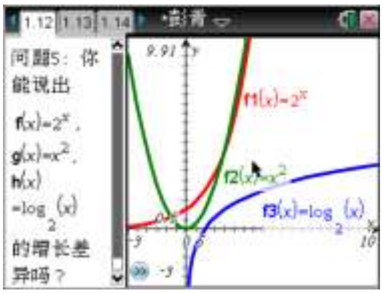
（图 11）

2.3.探究发现，激发兴趣

问题 5：你能说出函数 $y=2^x$ 、 $y=x^2$ 、 $y=\log_2 x$ 之间的增长差异吗？（设计意图：利用作图和列表两种方式对具体的指数函数、幂函数、对数函数在同一直角坐标系下的增长差异进行比较，使学生整体把握这三类函数模型的增长差异规律. 有效突破难点. ）

师生互动：

教师：画出下图（图 12）引导学生观察：



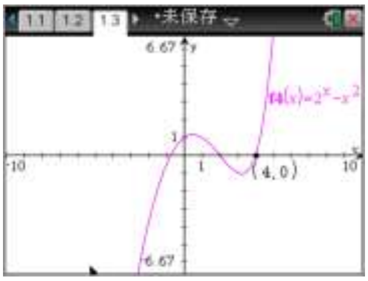
（图 12）

（图 13）

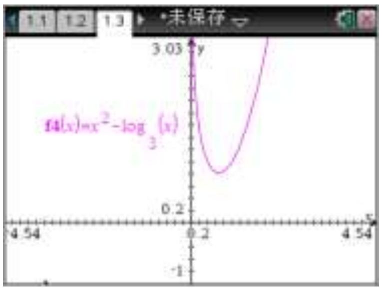
教师：引导学生观察（图 13）：

教师：画出函数 $s(x)=2^x-x^2$ 的图象，求出函数的最大零点.

学生 7：提交所作图象（图 14）



（图 14）



（图 15）

学生 8：回答：当 $x>4$ 时， $2^x>x^2$.函数 $s(x)=2^x-x^2$ 的最大零点为 4.

教师：请作出函数 $s(x)=x^2-\log_2 x$ 的图象，观察图象你能获得什么结论？.

学生 9：提交图象（图 15）：

学生 10：当 $x>0$ 时，总有 $x^2>\log_2 x$ 恒成立.

教师：综合观察函数 $y=2^x$ 、 $y=x^2$ 、 $y=\log_2 x$ 的图象，你能获得什么结论？

学生 11：当 $x>4$ 时，$2^x>x^2>\log_2 x$，并且指数函数增长越来越快，对数函数增长越来越慢，幂函数增长介于之间.

问题 6：问题 5 的结论是否具有一般性呢？你能否用实例进行验证？（设计意图：让学生通过实例进一步验证关于指数函数、幂函数、对数函数增长差异的判断，并由此得到一般性的结论.）

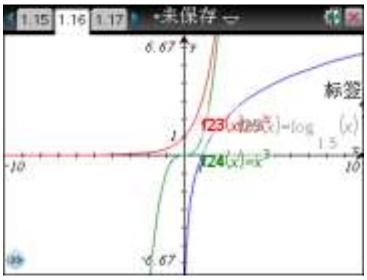
师生互动：

教师：将 42 名同学均分成 A、B 两组，用研究问题 5 的方法分别研究两组函数：

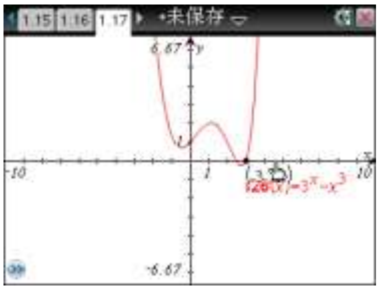
A 组：$y=3^x$，$y=x^3$，$y=\log_{1.5} x$；

B 组：$y=1.1^x$，$y=x^{2.1}$，$y=\log_{1.3} x$；

A 组学生甲：研究过程中的主要图形界面（图 16、图 17）：



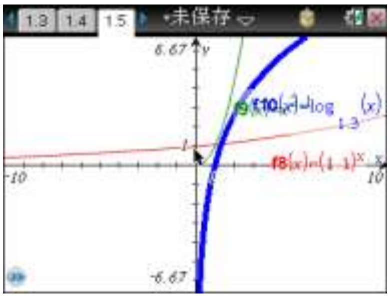
（图 16）



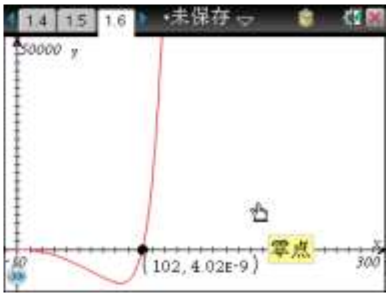
（图 17）

A 组学生乙：得到结论：x>3 时，$3^x>x^3>\log_{1.5} x$.

B 组学生甲：研究过程中的主要图形界面（图 18、图 19）：



（ 图 18）



（图 19）

B 组学生乙：得出结论： 当 x>102 时，$1.1^x>x^{2.1}>\log_{1.3} x$

教师：同学们从 A 组和 B 组图象和所得结论中，你能发现一个什么共同规律呢？请大家相互讨论后予以回答.

学生丙和学生丁共同协作归纳出一般结论：在区间 $(0,+\infty)$ 上，尽管 $y=a^x(a>1)$，$y=x^n(n>0)$ 和 $y=\log_b x(b>1)$ 都是增函数，但它们的增长速度不同，而且不在同一个“档次”上，随着 x 的增大，$y=a^x(a>1)$ 的增长速度越来越快，会超过并远远大于 $y=x^n(n>0)$ 的增长速度，而 $y=\log_b x(b>1)$ 的增长速度则会越来越慢，因此，总会存

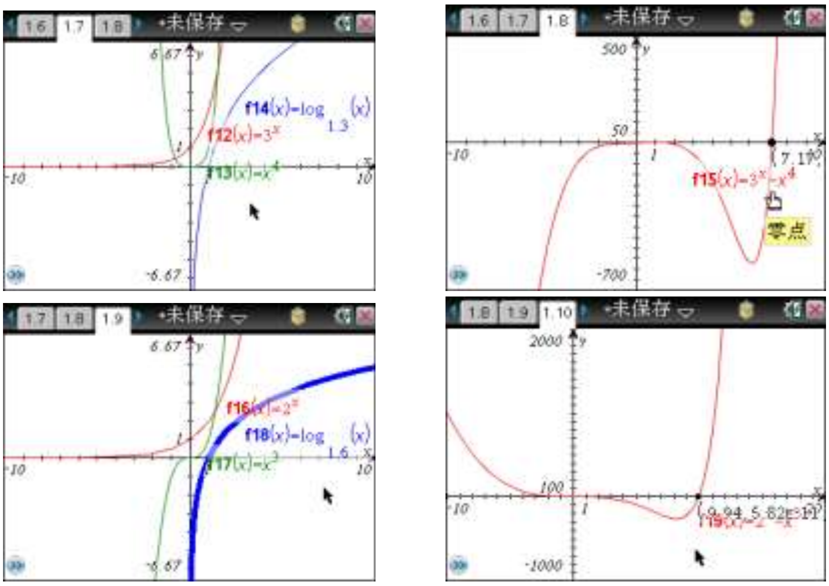
在一个 x_0，当 $x > x_0$ 时，就有 $a^x > x^n > \log_b x$.

2.4.学以致用，升华感知

教师：请同学们分别找出某个 x_0，使得当 $x > x_0$ 时，总有下列不等式成立

（1）$3^x > x^4 > \log_{1.3} x$；　　　　　　（2）$2^x > x^3 > \log_{1.6} x$。

教师运用评估系统收集学生提交的图象（图 20—23）：



（图 20-23）

学生 12：(1)存在 $x_0 = 7$，当 $x > x_0$ 时，总有 $3^x > x^4 > \log_{1.3} x$ 成立.

学生 13：(2)存在 $x_0 = 9.94$，当 $x > x_0$ 时，总有 $2^x > x^3 > \log_{1.6} x$ 成立.

2.5 发散拓展，启迪潜质

教师：同学们，如果让你研究指数函数、对数函数、幂函数的衰减差异,你将如何去做研究?你将会得出什么结论呢？请大家课后去解决这个问题.（设计意图：为了进一步辩证地认识指数函数、对数函数、幂函数这三类重要函数模型，布置一道探究三类函数模型衰减规律的课外思考题，让学生进一步掌握利用手持技术平台研究函数的一般方法，进而巩固本节课所学知识.）

3.体会与感悟

我们知道，教育是人与人之间精神的建构，是师生思想的相互交流、相互理解和相互沟通.数学课堂中的师生双方更应该是这样交互的主体.布鲁纳用“施工架”的理念，来形容教师以及学生之间互动式的学习关系.教师给学生的认知上的支持，就像给学生思维搭建了一个施工架，让他可以攀上更高的境界，从而发挥更大的潜能.探究式数学课堂应该秉承“以活动为主翼、以学生为主体、以问题为主导、以探究为主线、以发展为主题”的原则.探究式数学课堂应该是师生心灵对话的舞台，是促成师生和谐交往的场所，是不断向未知方向挺进的思维的旅行，是拓展师生潜能潜质的时空，是点燃师生多元智慧的火把！